Paolo Perfetti, Dipartimento di matematica, II Università degli Studi di Roma, facoltà di Ingegneria

Compito di Analisi III per Ingegneria Online (Gestionale e Informatica) 19–01–08

Soluzioni

• 1) Sia data la seguente funzione $f(x,y) = x^2 + y^2 + 2xy^2$. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

R1 La funzione ha un massimo ed una sella R2 La funzione non ha nessun punto stazionario (o critico) R3 La funzione ha due soli punti critici e sono una sella ed un minimo R4 La funzione ha un minimo ed un massimo R5 La funzione ha un solo punto critico ed è un minimo R6 La funzione ha un massimo e due selle R7* nessuna delle altre

• 2) Sia data la funzione $f(x,y)$ che vale $\dfrac{\sin^2(xy)}{\sin(x^2+y^2)}$ se $(x,y) \neq (0,0)$ e vale 0 se $(x,y) = (0,0)$. Si consideri la funzione $g(x,y) = x - y + f(x,y)$. Allora l'equazione del piano tangente in $(0,0)$ è

R1 $z = 0$ R2* $z = x - y$ R3 $z = x + y$ R4 $z = -x - y$ R5 $z = -x + y$ R6 $z = -x$ R7 nessuna delle altre

• 2) Sul retro del foglio si spieghi come si è giunti al risultato precedente.

• 4) Per ciascuna delle seguenti funzioni si dica se ammette limite $(x,y) \to (0,0)$ $f_1 = \dfrac{e^{-\frac{|x|+|y|}{x^2+y^2}}}{(x^2+y^2)^6}$, $f_2 = \dfrac{(x+y)e^{-\frac{1}{x^4}} + e^{-\frac{1}{y^2}}}{|xy| + e^{-\frac{1}{x^2}} + e^{-\frac{1}{y^4}}}$, $f_3 = \dfrac{|x| + |y| + |xy| + xy^2}{\sqrt{|x|} + \sqrt{|y|} + (xy)^2}$

R1 f_3 si, f_2 si, f_1 si R2* f_3 si, f_2 no, f_1 si R3 f_3 si, f_2 si, f_1 no R4 f_3 no, f_2 no, f_1 no R5 f_3 no, f_2 no, f_1 si R6 f_3 si, f_2 no, f_1 no R7 nessuna delle altre

• 5) Sia data la funzione $f(x,y,z) = z(1 + \ln(\sin x + \cos x))^{1+\cos y}$ Allora f_x, f_y, f_z, calcolate nel punto $(\pi/2, 0, 1)$ valgono

R1 $(1,1,1)$ R2 $(0,0,1)$ R3 $(1,0,0)$ R4* $(-2,0,1)$ R5 $(1,0,1)$ R6 $(1,0,-1)$ R7 nessuna delle altre

• 6) Si calcoli l'integrale doppio della funzione $f(x,y) = \sqrt{|y - x^2|}$ esteso al rettangolo di vertici $(0,0)$, $(2,0)$, $(2,4)$, $(0,4)$

R1 $(2\pi+1)/3$ R2 $(\pi-1)/3$ R3 $8/3$ R4 8 R5* $(8+6\pi)/3$ R6 π R7 nessuna delle altre

• 7) Sia S la superficie definita dalle relazioni $\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{16} = 1$, $0 \leq z \leq \sqrt{4x^2 + \frac{y^2}{4}}$. Se ne calcoli l'area.

R1 10π R2* 20π R3 2π R4 16π R5 27π R6 18π R7 nessuna delle altre

• 8) Sia data la funzione $f(x,y,z) = (\ln(x))^{(\ln y)^{\ln z}}$ Allora f_x, f_y, f_z, calcolate nel punto (e,e,e) valgono

R1* $(1/e, 0, 0)$ R2 $(1,0,0)$ R3 $(1/e, 1/e, e,)$ R4 $(e, e-1, 0)$ R5 (e^e, e^e, e^{e-1}) R6 $(e^2, 1/e, 1)$ R7 nessuna delle altre

• 9) Si calcoli il volume dell'insieme dei punti tali che $0 \leq z \leq 60|y - x|$ e la cui proiezione sul piano (x,y) soddisfa le relazioni $y^2 + 2xy - x^2y - 2x^3 \leq 0$, $0 \leq x \leq 1$.

R1 38 R2 31 R3 42 R4 25 R5 41 R6 24 R7* nessuna delle altre

• 10) Si consideri sul piano di equazione $x+y+z = 0$ quella curva, detta γ, la cui proiezione sul piano (x,y) ha come supporto il sostegno dato dall'equazione $x^2 + y^2 = x - |y|$. La curva è percorsa in modo tale che sul piano (x,y) il supporto è percorso in senso antiorario. Si calcoli $\oint_\gamma \omega$ dove $\omega = (y + yz)dx + (2x + xz)dy + (xy + y)dz$

 esclusivamente per uso personale, è vietata ogni forma di commercializzazione

R1 0 R2 $(4\pi-1)/2$ R3* $(3\pi-2)/8$ R4 1 R5 $(3\pi+2)/2$ R6 $(\pi-3)/4$ R7 nessuna delle altre

• 11) Sul retro del foglio si scriva come si è giunti al risultato precedente

 esclusivamente per uso personale, è vietata ogni forma di commercializzazione